Pramen Ludolfova čísla - 2

Bohumír Tichánek

*Práce směřuje **do perspektivního prostoru**, s jeho odlišným rozvržením geometrických vzdáleností. Probírá jeho vlastnosti (2. kapitola) a pak se věnuje **jedné z řad, jež určuje Ludolfovo číslo** (3. - 7.4. kapitola). Posuzuje chování vybrané Eulerovy řady v Euklidově a v perspektivním prostoru. Sleduje přednost perspektivního prostoru před Euklidovým; méně pro matematiku, a více pro výklad konstrukce světa. **Sleduje zdůvodnit způsob vzniku Ludolfova čísla.***

* * *

OBSAH

0. Seznam symbolů

a, b, c ... odvěsny a přepona trojúhelníka
n ... počet rozměrů geometrického prostoru
r_{EU} ... délky v Euklidově prostoru
r_{PE} ... délky v perspektivním prostoru
x, y, z ... kartézské souřadnice

1. Úvod

Po staletí někteří vědci upozorňovali, že nezkoumáme přímo hmotu, nýbrž své smyslové zážitky. Věda zkoumá zrakovou optiku - čočku, a techniku dalšího přenosu - např. tyčinky, čípky. Avšak nedoceňuje se matematizace geometrického základu lidského poznání - rozložení zrakových zážitků v prostoru.

2. Podpora perspektivního prostoru

Výpočty kružnic *n*-rozměrných prostorů užívají **Ludolfova čísla** π**.** Ke zkoumání jeho vzniku zvolím perspektivní prostor. V Euklidově prostoru cejchujeme osy lineárně, kdežto perspektivě volím kvadratické měřítko. Vystihuji ji kartézskými souřadnicemi, umocněnými na druhou: x^2, y^2, z^2.

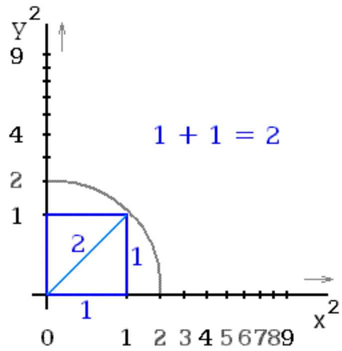
Tento způsob zobrazení perspektivy nyní posoudím zásadami **2.1. - 2.4.**

2.1. Konverze kvadratických rovnic v lineární

Kvadratickou rovnicí je Pythagorova věta, Newtonův výpočet gravitace a další.

Prostor, vnímaný zrakem - s jeho komprimovanou perspektivou, tyto rovnice změní. Nutná konverze je převede z kvadratického do lineárního tvaru (*obr. 1*). Pythagorova věta získá tvar: $a + b = c$.

Cejchování os změnilo průběh z lineárního na kvadratický. Rovnice se změnila opačně, z kvadratické na lineární.



Upravený prostor, svými lineárními rovnicemi, zbavuje světové objekty předpokládaných iracionálních délek, jejichž výpočet je vždy bezvýsledný. Příčinou jejich výskytu byl vybraný Euklidův prostor.

2.2. Kompatibilita diskrétního a perspektivního prostoru

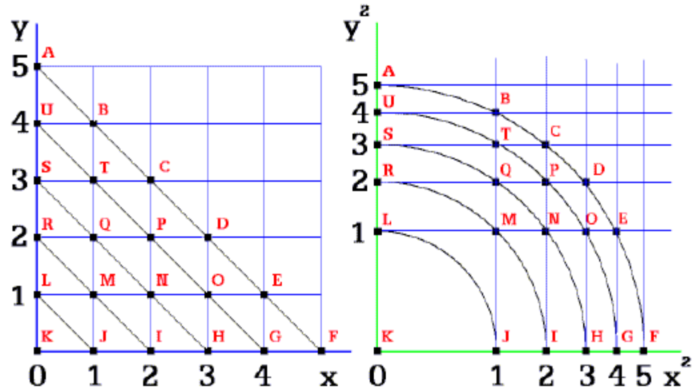
Pokusem převést bod z diskrétního do perspektivního 2D nebo 3D prostoru se změní jeho geometrické umístění. Ale matematický popis - hodnoty původních souřadnic a vzdálenost od počátku - si bod zachová (*obr. 2*). Kdežto převod do Euklidova prostoru to neumožňuje.

Ze čtverce, postaveného na vrchol, převodem vznikne kružnice.

Obr. 1. Pythagorova věta v perspektivním prostoru

Vztah spojitého a diskrétního prostoru [1]:

„Představa diskrétnosti, která byla prvotní, se realizovala v přirozených číslech, v individuální představě čísla, v jeho aritmetickém světě operací. Představa spojitosti byla spojena s homogenní představou prostoru v geometrickém světě měření. Byly to právě geometrické objekty, které ztělesňovaly čistou spojitost. Geometrický objekt vystupuje jako suma amorfního nahuštění bodů v mystifikující iluzi hustosti. Právě toto aristotelovské pojetí bylo logickým pokračováním tzv. AG konfliktu (konflikt aritmetiky a geometrie), vzniklý objevením nesouměřitelnosti geometrických veličin."



Obr. 2. Převod bodů z diskrétního do perspektivního prostoru

2.3. Další vyloučení iracionalit

Perspektivní prostor obsahuje body odvozené z diskrétního prostoru, dle minulé kapitoly 2.2. To nabízí a opravňuje možnost dbát, vnímanému světu, pouze bodů s celočíselnými souřadnicemi. Jiné v perspektivě nepoužít. Vymizely iracionality, vnášené kvadratickými rovnicemi, jak zmiňuje 2.1.

Ale ani vyšší odmocniny nevnesou iracionality. Ať perspektivní geometrie odvozuje své body výhradně z diskrétního prostoru. Následně fyzika může ve výpočtech nalézat pouze takové hodnoty vyšších mocnin, jejichž odmocněním opět vznikají celá čísla souřadnic diskrétních bodů.

Například třetím odmocněním objemu krychle získáme délku její hrany. Tu však užitý prostor zavádí výhradně jako přirozené číslo. Proto třetí odmocninou objemu je vždy přirozené číslo. Iracionalita, v geometrii smyslových zážitků, nevznikne.

2.4. Nelinearita prostoru

Ačkoliv vnímáme nelineární perspektivu, nejčastěji předpokládáme světový prostor nejspíš jako Euklidův, rovnoměrný. Vždyť chůze, s kroky stejné délky, nás přesvědčuje o lineárně rozložené hmotě v prostoru.

Avšak zdánlivou linearitu zdůvodní nejen prostor Euklidův, ale i vnímaný perspektivní, vlivem kvadraticky rozložených souřadnic.

Příčinou je pozorovatel, jenž zůstává stále v počátku komprimovaných souřadnic, ať se prostorem jakkoliv přemísťuje. To určuje jeho prvnímu kroku vždy stejnou délku. Počátek souřadnic je určený jeho vnímáním – neztrácí jej. Jeho každý další krok je opět první, o stejné délce. Opakováním prvních kroků máme pocit, že svět je lineární. Pozorovatel nikdy neudělá druhý kratší krok, takže sám sebe nevnímá jako objekt, zmenšující se v perspektivním světě.

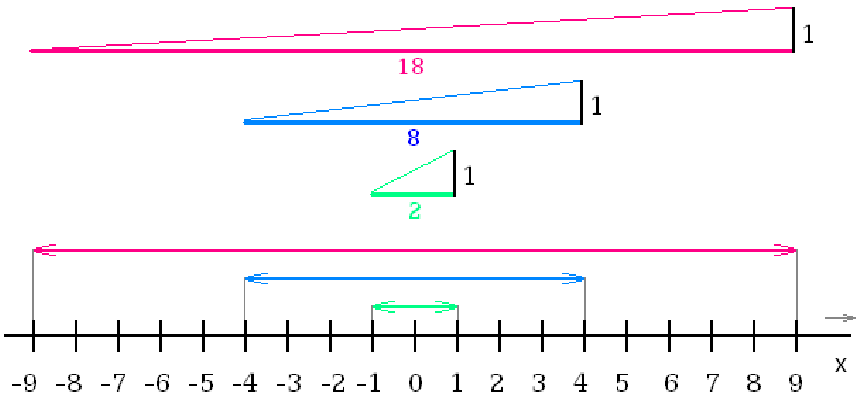
Tvar kružnice pozorovatel uvidí, je-li nad jejím středem. Kdy osa, kolmá k rovině kružnice, prochází současně jejím středem a jeho zrakovým sídlem. Ostatní kružnice mu deformuje perspektiva.

3. Výběr výpočetní řady Ludolfova čísla

V perspektivním prostoru nenacházíme **iracionální čísla**, to poukazuje na příčinu jejich vzniku. Dál sleduji konstrukci **Ludolfova čísla**, nezbytného Euklidově prostoru.

Úkol řeším, vycházeje z geometrických modelů Eulerovy řady (1):

$$\operatorname{arctg}\frac{1}{2} + \operatorname{arctg}\frac{1}{8} + \operatorname{arctg}\frac{1}{18} + \dots = \frac{\pi}{4} \qquad (1)$$



Obr. 3. Geometrický model výpočtu π/4 - v Euklidově prostoru

Z řady přirozených čísel, která jsou seřazená na ose Euklidova prostoru, výpočet vkládá do jmenovatelů zlomků jen některá čísla (*obr. 3*).

Čísla 2, 8, 18, ... vyznačují trojúhelníkům délky odvěsen, jež poslouží výpočtům úhlů. V Euklidově geometrii nezjistím, proč jsou vybraná právě tato čísla. Například nejsou tvořená řadou přirozených čísel.

4. Perspektivní prostor k Eulerově řadě

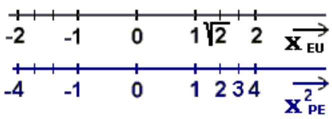
Výpočet **Ludolfova čísla** řadou (1) posoudím také perspektivní geometrií. Příčinu nadějné možnosti ukazuje Eulerova řada, rozepsaná jiným způsobem (2):

$$\operatorname{arctg}\frac{1}{2\cdot 1^2} + \operatorname{arctg}\frac{1}{2\cdot 2^2} + \operatorname{arctg}\frac{1}{2\cdot 3^2} + \dots = \frac{\pi}{4} \qquad (2)$$

4.1. Způsob převodu délek

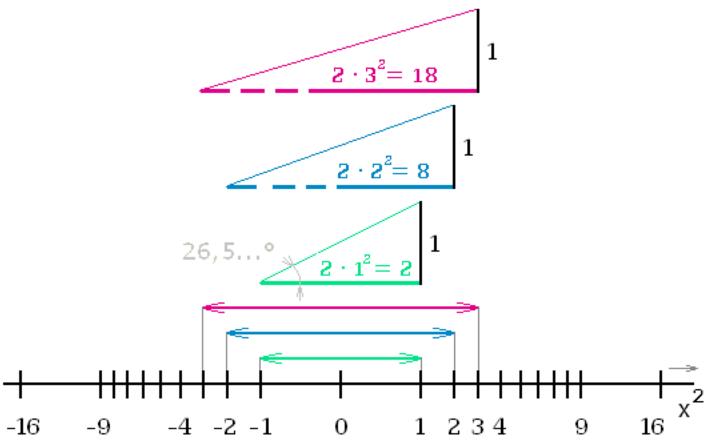
Popíšu jednoduchý převod délky z perspektivního do Euklidova prostoru (*obr. 4*). Zvolím délku v perspektivním prostoru $r_{PE} = 4$, Euklidův prostor jí přidělí $r_{EU} = 2$. Vzdálenost r_{PE} je tedy v Euklidově prostoru vyjádřena odmocninou: $r_{EU} = \sqrt{r_{PE}}$. Také $r_{EU}^2 = r_{PE}$.

Obr. 4. Převod mezi Euklidovým f(x) a perspektivním prostorem f(x^2)



Pak délka $1/(2 \cdot r_{EU}^2)$, z Euklidova prostoru, je v perspektivě vyjádřená $1/(2 \cdot r_{PE})$. Zvolím z řady (1) například zlomek $1/18 = 1/(2 \cdot 3^2)$, takže odvěsna má délku 18 (*obr. 3*). V perspektivě odvěsna měří $r_{PE} = 2 \cdot 3$.

4.2. Aplikace Eulerovy řady v perspektivním prostoru



Sleduji jmenovatele zlomků, to jsou čísla 2, 8, 18, ... z řady (1) v Euklidově prostoru. Nyní, v perspektivě, budu odvěsny trojúhelníků opět rovnoměrně rozmísťovat vůči nule, jenže nebudou délek $2 \cdot 1^2$, $2 \cdot 2^2$, $2 \cdot 3^2$, atd. Nyní je cejchují délky $2 \cdot 1$, $2 \cdot 2$, $2 \cdot 3$, atd. Perspektivní geometrie má jiné přírůstky délek souřadnic (*obr. 5*).

Obr. 5. Geometrický model výpočtu $\pi/4$ - v perspektivním prostoru

Zlomky řady (1) mají tvar: $1/(2 \cdot r_{EU}^2)$.

$$\operatorname{arctg}\frac{1}{2 \cdot 1^2} + \operatorname{arctg}\frac{1}{2 \cdot 2^2} + \operatorname{arctg}\frac{1}{2 \cdot 3^2} + \ldots = \frac{\pi}{4} \qquad (2)$$

- Jmenovatel 2 určuje odvěsnu $r_{PE} = 2$
- Jmenovatel 8 určuje odvěsnu $r_{PE} = 4$, protože $r_{EU} = 8 = 2 \cdot r_{PE}^2 = 2 \cdot 2^2$
- Jmenovatel 18 určuje odvěsnu $r_{PE} = 9$, protože $18 = 2 \cdot r_{PE}^2 = 2 \cdot 3^2$
- A tak dál.

Užitého postupu se týká výraz (3):

$$\operatorname{arctg}\frac{1}{2 \cdot 1} + \operatorname{arctg}\frac{1}{2 \cdot 2} + \operatorname{arctg}\frac{1}{2 \cdot 3} + \ldots \qquad (3)$$

4.3. Zvláštnost v perspektivním prostoru

Komprimovaná perspektivní geometrie

- trojúhelníky geometricky ukazuje v jiných poměrech délek, než které se dosadí do výpočtu. Tento vliv nelineární geometrie lze přirovnat k zážitku perspektivního vidění. Vzdálenou postavu vidíme zmenšenou, zásluhou perspektivy, a přece vyjadřujeme její výšku číslem beze změny.
- deformuje tvar těch nakreslených kružnic, jež mají střed mimo počátek souřadnic, i při jejich bezchybném výpočtu. Což v Euklidově prostoru neznáme.

5. Výpočetní výsledek

Nedokončitelným výpočtem se upřesňuje **Ludolfovo číslo** (*obr. 6*), kde $\pi/4 = 45°$.

arc tg 1/2	=	26,5650511770779893515721937204530°
arc tg 1/8	=	7,12501634890179756195330084120680°
arc tg 1/18	=	3,17983011986423438333011799743330°
arc tg 1/32	=	1,78991060824606930715024977607910°
arc tg 1/50	=	1,14576283817510340227362748412510°
arc tg 1/72	=	0,79572355273927392818502406031910°
arc tg 1/98	=	0,58463052070517787062407248756250°
arc tg 1/128	=	0,44761417086055307309435382542382°
arc tg 1/162	=	0,35367315924646117669900559240205°
arc tg 1/200	=	0,28647651027707444870023949417134°
arc tg 1/242	=	0,23675807190710964564769796453795°
arc tg 1/288	=	0,19894287936062631021189310165995°
arc tg 1/338	=	0,16951364597707588069241718682857°
arc tg 1/392	=	0,14616238577947703531637988050158°
arc tg 1/450	=	0,12732374488738092921499169069768°
arc tg	=	.....
arc tg Σ	=	43,1523897340054043046655651034020°

Obr. 6. Výpočet úhlů v Euklidově prostoru řadou (1)

6. Význam perspektivního prostoru

Geometrie zrakové a sluchové perspektivy nabízí, že Euklidova geometrie je z ní odvozená.

Euklidův prostor, do výpočtu $\pi/4$, zařazuje jen některé celočíselné délky odvěsen (2, 8, 18, atd.) a jiné (4, 6, 10, atd.) vynechává (*obr. 3*). Perspektivní prostor, ve srovnání s Euklidovým, má při výběru délek lepší řád. Vychází z řady přirozených čísel.

7. Závěr

7.1.

Geometrie zrakové perspektivy předkládá původ **Ludolfova čísla**, potřebného Euklidově prostoru.

Princip, užitý řadou (1), nacházím v perspektivním prostoru. Odvěsna, vždy dalšího pravoúhlého trojúhelníka, vychází z řady přirozených čísel, počínaje od 1.

7.2.

Euklidův prostor vystihuje perspektivní smyslové zážitky nepřímo. Je závislý na perspektivním. Projekt Euklidova prostoru užívá kladnou poloosu, již přebírá z perspektivního prostoru. Její souřadnice jsou dané odmocninou z převzatých přirozených čísel.

Přitom odmocněním jen některých přirozených čísel vznikne opět přirozené číslo. To zpochybňuje význam Euklidova prostoru pro výklad světa. Jeho iracionální velikosti zůstávají neurčité, zatímco v geometrii mají konečnou délku.

7.3.

Perspektivní prostor se nabízí být základnějším fyzikálním prostorem; Euklidův prostor z něj lze odvodit. K tomuto názoru vede menší počet různých druhů čísel v perspektivě; namísto racionálních a **iracionálních čísel** užívá jen jeden druh. V geometrické 2D rovině perspektivy nenalézám délku odmocniny ze dvou ani jiné iracionality.

Protože je odvozený z diskrétního prostoru, pak ani výpočet kružnice v perspektivě nepoužívá **Ludolfova čísla**.

7.4.

Body lze přepočítávat z diskrétního do perspektivního prostoru. Proto lze pochybovat o zavedené podmínce vzniku zrakových vjemů - zorném úhlu, v Euklidově prostoru. Nabízí se, že hmotné objekty, které vidíme, vznikají přepočtem z bodového prostoru. Přepočet tvorům zajišťuje hypotetický procesor.

Iracionality, v 16. století prohlášené za čísla, oslabují dosavadní víru v rozložení hmotných těles v lineárním prostorovém měřítku. Stejně tak v zakřivených prostorech, jež zvolila teorie relativity.

Hmota, rozložená v perspektivním rozložení, ať je podložené databází uskladněných nespojitých údajů. Další pobídkou, že svět je založený právě na perspektivním vnímání, je přepočet zlatého řezu do perspektivní geometrie. Také zdůvodnění axiomů speciální teorie relativity a to zavedením pulsního zdroje.

Perspektivně stlačený prostor nabízí vznik čísla π při užití řady přirozených čísel 1, 2, 3,...

Je ošemetné přisuzovat konstrukci světa Euklidově prostoru, víc než perspektivnímu, když:

1. pro výpočet π Eulerovou řadou vybírá jen některá čísla z řady přirozených čísel
2. neumožní vypočítat přesné vlastnosti kružnice.

Literatura

[1] Potenciální nekonečno a spojitost. Problém aritmetického a geometrického kontinua (Západočeská univerzita Plzeň)

[2] Historie čísla π - Petr Beckmann. Academia, Praha 1998, s. 128 (Orig. The Golem Press 1982)