Důkaz 1D kružnice. Lissajous – 3

Bohumír Tichánek

Dle dosavadního názoru je jednorozměrným kruhem úsečka. Jenže stav v 1D prostoru lze vysvětlovat nejen staticky - v geometrii, ale i dynamicky - s užitím času ve fyzice.

Lissajousův obrazec vytvoří kružnici. Jeho dvě použité složky zkusím považovat za 1D objekty - 1D kruhy. Pak rozliším průměr a rozkmit 1D kruhu. Vzniklým výsledkem se podpoří jednoduchý vztah pro výpočet n-objemů n-kružnic. Nabízí se nový popis přechodu z bodového do Euklidova prostoru.

Výsledek pomůže názoru na diskrétní způsob stavby světového prostoru.

Obsah

0. Užité symboly

d ... průměr, strana, hrana
l ... rozkmit
n ... počet geometrických rozměrů
O ... obvod
r ... poloměr
S ... střed 1D kruhu
S ... obsah, povrch
t ... čas
u ... harmonická veličina
U_{MAX} ... špičková hodnota harmonické veličiny
U_{STR} ... střední hodnota harmonické veličiny
V ... objem
x, y, z ... souřadnice Euklidova prostoru
ω ... kruhový kmitočet

1. Rovnice kružnice

Kružnici lze popsat staticky, v geometrii. Kartézské souřadnice Euklidova prostoru určují rovnice:

Rovnice povrchu koule: $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$

Rovnice kružnice: $x^2 + y^2 = r^2$

Rovnici 1D kružnice vychází: $x^2 = r^2$

2. Výhrady u 1D kružnice

V geometrickém vysvětlení jednorozměrné kružnice hledám nesrovnalosti.

2.1.

Jednotková 1D kružnice má dva body obvodu [1] a [-1]. Velikost obvodu se udává $O = 2$, což však svědčí údaji 1D kružnice diskrétního prostoru. Vždyť velikost bodu Euklidova prostoru klesá limitně k nule; zde obvod $O = 2$ je málo důvěryhodný.

2.2.

Dosud v matematice ztotožňujeme jednorozměrný obsah 1D kružnice s jejím průměrem. Přitom kružnici nebo kouli odlišujeme jejich obsah nebo objem od průměru. Hledám postup, jenž podobně odlišuje jednorozměrné kružnici její 1D obsah od průměru.

Snahu o změnu podpírám nemožností určit rozmístění hmoty v Euklidově prostoru – brání mu iracionální vzdálenosti. (Zpochybňování viz: Iv).

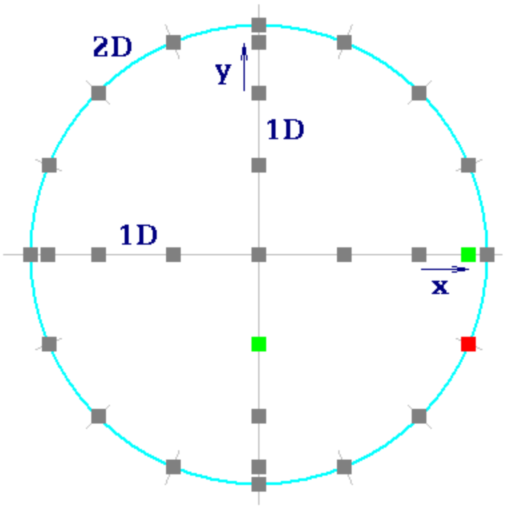
2.3.

Kružnice vyšších rozměrů než $n = 2$ lze tvořit z kružnic. Kružnici vykreslíme, začínajíce z jednoho místa, u kterého pak kresbu i skončíme. Bylo by možné, aby také v 1D prostoru splýval hledanému objektu start a cíl?

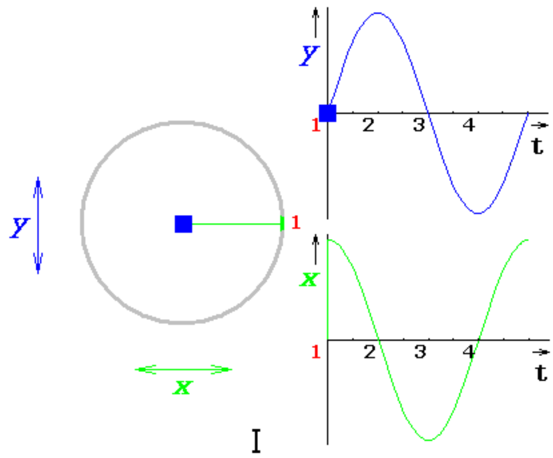
3. Lissajousův obrázek

Ve fyzice, s uplatněním času, nacházím aplikaci kružnic. Pohyblivý bod vykresluje kružnici v čase (*obr. 1*). Vytvoří Lissajousův obrázek. Do rovnice $x^2 + y^2 = r^2$ se dosadí harmonické funkce:

$$\sin^2 x + \cos^2 y = 1^2, \qquad \text{kde } x = y = \omega \cdot t.$$



Obr. 1. Kružnice, vykreslovaná bodem v čase



Obr. 2. Vznik kružnice Lissajousova obrazce

Dvěma harmonickými funkcemi se určují, závisle na čase, souřadnice bodů kružnice (*obr. 2*).

4. Možnost jednorozměrného kruhu

Lissajousovu kružnici lze měnit v elipsu, a to zmenšováním fázového rozdílu mezi jejími harmonickými složkami. Rovnice elipsy obsahuje dva sčítance, ale po stažení tohoto obrazce do úsečky se nabízí úspora. Postačí jediný sčítanec. Harmonická funkce sinus tak kreslí úsečku, když nabývá hodnot od –1 přes 0 do +1. Přitom se však, v této úsečce, skrývá její nelineární vykreslování v rovnoměrně běžícím čase.

Fyzikální postup vzniku Lissajousových obrazců otvírá otázku, zda je 1D kruh pouhou úsečkou.

5. Lissajousův 1D kruh

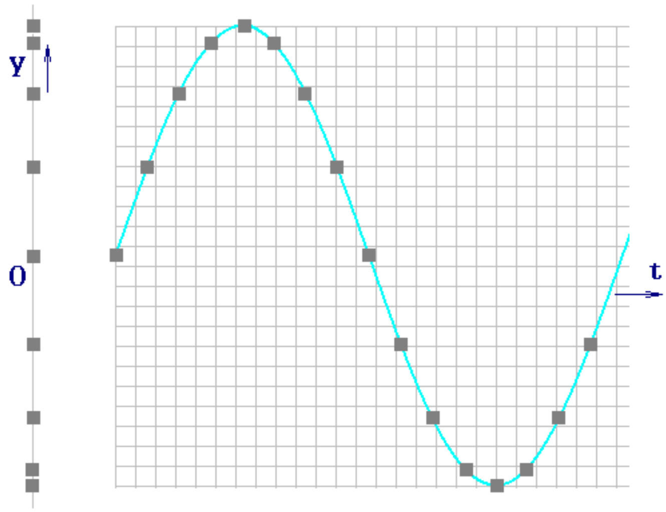
Rovnicí jednotkové 1D kružnice je: $x^2 = 1^2$. Rovnice určí dva okrajové body 1D obvodu, víc obvodových bodů 1D kružnice nemá.

Dále uchopím jediný ze sčítanců Lissajousova obrázku, zde $\sin^2 x$. Proměnnou x lze nahradit součinem kruhového kmitočtu a času: $x = \omega \cdot t$. Výsledkem se určí 1D kruh (*obr. 3*). Tedy ne dva okrajové body, ale celou úsečku vykresluje funkce $\sin^2 \omega{\cdot}t = y^2$. Zásluhou rostoucího času ji vykresluje opakovaně. Dvojrozměrný graf, s časem na vodorovné ose, poněkud zakrývá skutečnost 1D kruhu. Pod jeho vlivem jakobychom zapomínali, že harmonická funkce je jednorozměrná.

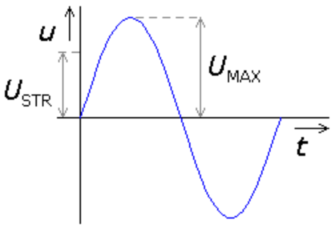
6. Elektrické napětí

Jednorozměrnou harmonickou fyzikální veličinou bývá např. elektrické napětí (*obr. 4*). Veličinu popisují její hodnoty špičková U_{MAX} a střední U_{STR}.

Platí $U_{STR} = 2\, U_{MAX}/\pi$.



Obr. 3. Harmonická funkce je 1D kruhem



Obr. 4. Špičková a střední hodnota harmonické veličiny

7. Výpočet objemů

Osvědčené výpočty kružnice a koule vycházejí z hranatých objektů čtverce a krychle (*tab. 1*). Když rovnice pro obvod a obsah čtverce doplním koeficientem $\pi/4$, pak určím vztahy výpočtů obvodu a obsahu kružnice. Rovnice pro povrch a objem krychle doplním koeficientem $\pi/6$ a vypočítám povrch a objem koule.

Této opomíjené skutečnosti zkouším přisoudit větší důležitost.

$O = 4\,d$	$S = d^2$	$S = 6\,d^2$	$V = d^3$
$O = \frac{\pi}{4} \cdot 4\,d$	$S = \frac{\pi}{4} \cdot d^2$	$S = \frac{\pi}{6} \cdot 6\,d^2$	$V = \frac{\pi}{6} \cdot d^3$

d ... strana čtverce, hrana krychle, průměr kružnice a koule

Tab. 1. Výpočty vlastností kružnice a koule se odvozují ze čtverce a krychle

Tabulka (*1.*) nabízí zavedení stejného pořádku do výpočtů n-povrchu a n-objemu do všech n- rozměrných prostorů (*tab. 2*). Uvažuji vztah $V = \pi \cdot d^n/2n$ pro výpočet objemu n-rozměrné kružnice v n-rozměrném prostoru.

Tab. 2. Navržený výpočet n-objemů n-rozměrných kružnic

n - D	1D	2D	3D	4D	nD
n - objem	$\frac{\pi}{2} \cdot d^1$	$\frac{\pi}{4} \cdot d^2$	$\frac{\pi}{6} \cdot d^3$	$\frac{\pi}{8} \cdot d^4$	$\frac{\pi}{2\,n} \cdot d^n$

Tyto vzorce n-objemů prostorů, mimo $n = 2$ a $n = 3$, věda nepoužívá. Souvislost n-kružnic bodového a spojitého prostoru zeširoka ukazuje tabulka (*Přepočet čtverce a krychle na kružnici a kouli*).

8. Rozkmit 1D kruhu

Veličinu „1D objem" nazvu jinak. Patří 1D kruhu, u kterého slovo „objem" ani „povrch" není výstižné. Vyberu pojem „rozkmit" 1D kruhu. Slovo vyjadřuje dynamické provedení 1D kruhu. Rozkmit označím písmenem „*l*" (*l jako length*).

Fyzikálními jednotkami rozkmitu bývají například metry, volty, atd.

Lépe než geometrie popíše rozkmit úsečky (1D kruhu) fyzika, a to znázorněním časové závislosti.

9. Střední a špičková hodnota harmonické veličiny, hledaná v 1D kruhu

Zavedenou rovnici střední hodnoty napětí, $U_{STR} = 2\ U_{MAX}/\pi$, porovnám s vlastností 1D kruhu.

Střední hodnotu napětí U_{STR} přirovnám, v 1D kruhu, k jeho zadávanému průměru. Nutno ji dosadit dvakrát, pro vystižení průměru, a nikoliv poloměru 1D kruhu:

$d = 2 \cdot U_{STR}$ $\qquad$ *d* ... průměr

Špičkovou hodnotu napětí U_{MAX} porovnám s významem rozkmitu 1D kruhu. Tuto amplitudu U_{MAX} dosadím dvakrát, aby vyhověla rozkmitu:

$l = 2 \cdot U_{MAX}$ $\qquad$ *l* ... rozkmit

Do zavedené rovnice $l = \pi \cdot d/2$, v níž 1D *n*-objem nahrazuji rozkmitem (*tab. 2*), dosadím dva předchozí vztahy.
Následně vznikne: $2 \cdot U_{MAX} = \pi \cdot (2 \cdot U_{STR})/2$
Úpravou: $U_{MAX} = \pi \cdot U_{STR}/2$

Porovnal jsem vlastnosti 1D veličin: harmonické funkce vůči 1D kružnici. Známé souvislosti mezi špičkovým a středním elektrickým napětím se shodují s navrženými vlastnostmi 1D kruhu. To vede k větší pozornosti vůči 2. tabulce.

V mém přístupu mizí rozdíl mezi 1D kružnicí a 1D kruhem.

10. Námitka proti harmonické funkci

Námitka mladého matematika D. K. směřuje k definici útvaru. Jednorozměrný kruh (dosud se rozlišuje mezi 1D kružnicí a 1 D kruhem), jako množina všech bodů přímky, jejichž vzdálenost od daného bodu (středu) nepřevyšuje daný poloměr *r*.

Jak se slučuje průměr 1D kruhu s vlastnostmi harmonické funkce? Zde rozkmit 1D kruhu je větší než jeho průměr!

Pojmů střední hodnota a špičková hodnota se přidržím. Navazuji na pojmy průměr a obsah 2D kružnice. Nabízí se, že u 1D kružnice nemá smysl obdobné veličiny pojmenovávat průměrem a 1D obsahem.

Vznik Lissajousovy kružnice je natolik přesvědčivý, že dbám pojmenování jejích 1D složek jednorozměrnými kružnicemi. Takže jako 1D kruh – 1D kružnici nepřijímám úsečku, nýbrž harmonickou funkci. Pak námitku, že průměr je menší než vzdálenost některých bodů 1D kruhu od jejího středu, nesleduji. Ať u kružnice je číselná velikost průměru menší než její číselný obsah, u 1D kružnice ať je její rozkmit větší než průměr.

10.1.

První příčinou odmítnutí námitky je zde řešená velikost rozkmitu a průměru 1D kruhu.

10.2.

Další příčinu k odmítnutí uvažuji v neslučitelnosti našeho světa s Euklidovým prostorem. Ačkoliv kvalita úseček je jediná, jejich kvantitu vyjadřují dva druhy čísel. Ovšem i geometrie zrakové perspektivy ukazuje 1D kruhu větší rozkmit než průměr.

10.3.

Definice *n*-kružnic všech *n*-rozměrných prostorů vyhovuje i 1D kružnici - „kružnice jako místo bodů, stejně vzdálených od středu“. Tvoří ji jen dva body. Poloměr menší než vzdálenost bodů obvodu od středu není definici na závadu.

Větší odlišnost je u definice 1D kruhu. Namítám, že dohodu jsme nezískali výpočtem, nýbrž matematice něco předepisuje pouhá přijatá lidská úvaha.

Naopak Lissajousovu kružnici, s jejími složkami, nevytvořil člověk.

11. Shrnutí

1D kruhu zadáme poloměr r, má význam střední hodnoty harmonické veličiny. Vypočteme veličinu rozkmit l:

$$l = \pi \cdot r$$

l ... rozkmit

r ... poloměr 1D kruhu

Rozkmit je pro 1D kruh dosud opomíjený, má význam dvojnásobku amplitudy harmonické veličiny.

$$2U_{MAX} = l$$

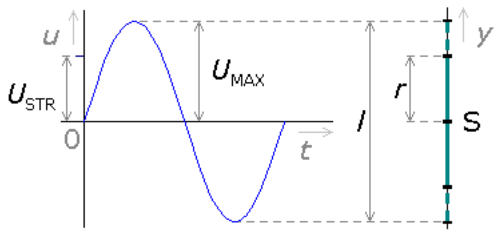
rozkmit harmonické veličiny = rozkmit 1D kruhu

$$U_{STR} = r$$

střední hodnota harmonické veličiny = poloměr 1D kruhu

U_{MAX} ... špičková hodnota harmonické veličiny
U_{STR} ... střední hodnota harmonické veličiny

S ... střed 1D kruhu



Obr. 5 Harmonická veličina srovnaná s 1D kruhem

12. Zhodnocení

Navržené výpočty *n*-rozměrných kružnic nabízejí možnost, že svět je založený diskrétními body. Zde proto, že výpočet *n*-objemů *n*-kružnic ($V = d^n \cdot \pi/2n$) lze posuzovat odvozený z *n*-objemů *n*-čtverců diskrétního prostoru ($V = d^n$).

Přepočet, z bodového prostoru směrem k perspektivním zrakovým zážitkům, je řešený: IIIv.