

# Zlatý řez v perspektivním prostoru



v. 3.2021a

Bohumír Tichánek

Zrakové zážitky tvaruje perspektiva. Souhra lidských smyslových vjemů vede k názoru, že jejich příčinou je hmota. Ta má být jednoduše rozmístěná v lineárním Euklidově prostoru. Jenže matematizace takového prostoru často nedává výsledek. Počítá nekončící iracionality, například Ludolfovo číslo  $\pi$ . Sebevědomě popisujeme Vesmír zaokrouhlováním neznámých výsledků. Neexistujících výsledků.

Naopak jednoduše pojatý prostor perspektivního vidění lze matematizovat vždy racionálně. Poskytne konečný výsledek. Navíc do perspektivního prostoru lze přecházet z diskrétního (bodového). Euklidův prostor se vynechá.

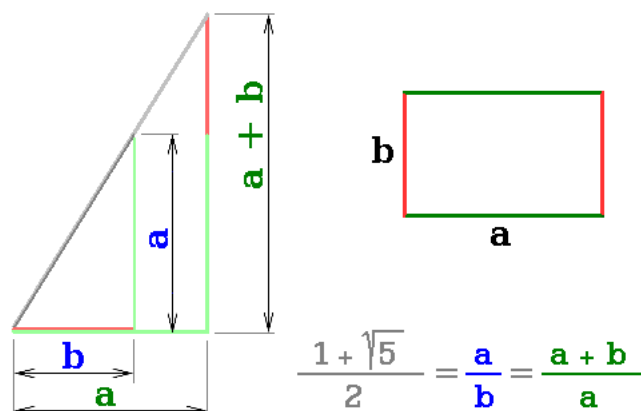
Matematika stanovila poměr zlatého řezu 1:1,618... Užitím iracionálního - neskutečného čísla.

Řešení v jiné geometrii, v perspektivním prostoru, vyčísluje ten samý zlatý řez jiným poměrem.

\* \* \*

## OBSAH

1. Úvod
  2. Euklidův prostor
  3. Bodový a perspektivní prostor
  4. Racionální obdélník
  5. Zlatý řez proměnlivě vnímaný
    - 5.1. Obdélník těsně u očí
    - 5.2. Obdélník pozorovateli vzdálený
  6. Zobecnění
  7. Závěr
- Literatura



Obr. 1. Obdélník zlatého řezu. Poměr jeho stran v geometrii a v matematice

## 1. Úvod

Zlatý řez vyjadřuje mimořádný poměr dvou stran obdélníka. Vyznačuje se ladností, pro kterou lidé vybírají tento poměr stran - když dbají svého dobrého pocitu. Zlatý řez má mít uplatnění nejen ve výtvarném umění, fotografii a architektuře, ale i v hudbě, v biologii i v posuzování rozměrů lidského těla.

Matematika zdůvodňuje, co je poměrem zlatého řezu.

Obrázek se zlatým řezem ukazuje dva podobné trojúhelníky (obr. 1). Menší má odvěsny:  $b$  a  $a$ , větší:  $a$  a  $(a+b)$ . Znázorňují poměry vyjádřené rovnicí.

Vztah dvou stran obdélníka zlatého řezu je následovný. Poměr součtu obou stran  $a + b$  ku delší straně  $a$  je roven poměru delší strany  $a$  ku kratší  $b$ . Vypočítaný poměr je

$$a/b = (1 + \text{odmocnina z } 5)/2.$$

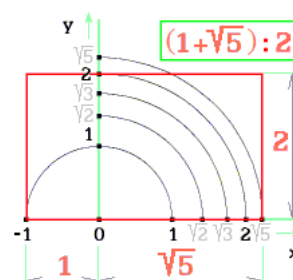
Podíl vychází iracionální: 1,6180339887498...

Gustav Theodor Fechner ověřoval jev zlatého řezu hodnocením lidských pocitů a názorů a potvrdil ho [1].

Ještě i ve 20. století byl jev znovu posuzovaný - odmítaný nebo přijímaný. Upřednostňování obdélníka s takovým poměrem stran je staré tisíce let, proto tento přístup nepodcením.

Navíc poměr zlatého řezu ukazuje nejen geometrie našich zážitků, ale zásadním způsobem i samotná matematika. Našla jej v oboru Fibonacciho čísel.

Obr. 2. Zlatý řez v Euklidově prostoru



## 2. Euklidův prostor

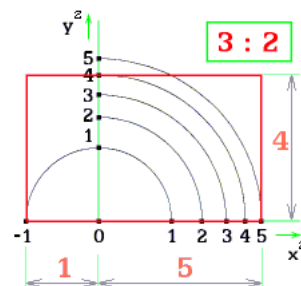
Obdélník sestrojím v poměru stran  $(1 + \sqrt{5})/2$  a to v Euklidově prostoru (obr. 2). Svislou stranu

obdélníka zvolím  $b = 2$ , a delší vodorovnou stranu  $a = 1 + \sqrt{5} = |-1| + \sqrt{5}$ .

Pro grafické zobrazení výrazu vyznačíme 1 do záporného směru. Poměr zlatého řezu je daný iracionálním číslem, jak určuje odmocnina z 5. Tedy nepřesně.

### 3. Perspektivní prostor

Dál poměr prověříme v perspektivním prostoru. Perspektiva má jinou geometrii, proto i matematický poměr bude jiný. Jestliže výraz  $(1 + \sqrt{5})/2$  není ničím vyjímavý, zde se to může změnit. Přepočítáme stran obdélníka  $b = 2$ ,  $a = 1 + \sqrt{5}$  je snadný; výraz určuje, do kterého místa obrazec zakreslit. Souřadnice bodů  $[-1;0]$ ,  $[\sqrt{5};0]$ ,  $[0;2]$  umocním na druhou. Nové souřadnice  $[-(-1)^2;0]$ ,  $[5;0]$ ,  $[0;4]$  rozmístím v perspektivním prostoru (obr. 3).



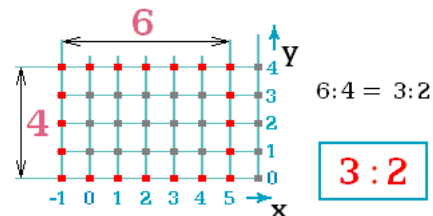
Obr. 3. Zlatý řez v perspektivním prostoru

- Jednotková délka se převádí beze změny – na vodorovné se do úseku od 0 k záporné jedničce.
- Délku  $\sqrt{5}$  nahradí délka 5.
- Svislou délku  $b = 2$  nahradí délka 4.

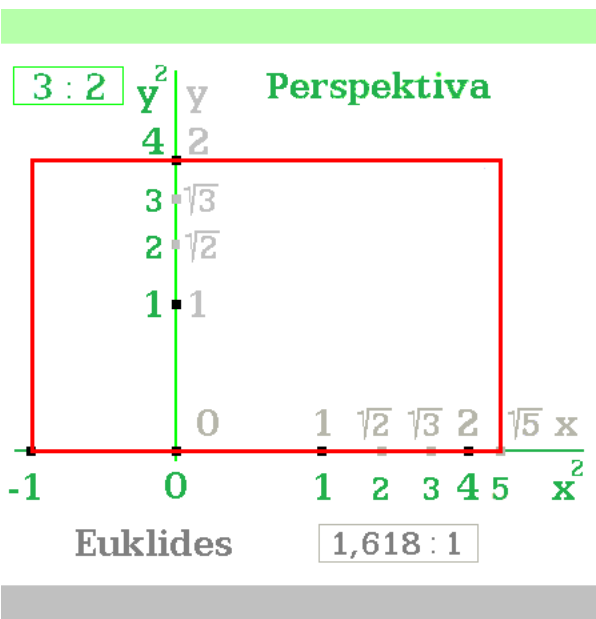
Perspektiva: Matematika vyjádřila délky stran bez zaokrouhlení – přesně. Vznikl obdélník o stranách  $b = 4$  a  $a = 6$ . Příčinou odlišného údaje o délkách je jiný průběh cejchování os.

### 4. Racionální obdélník

Z diskretního do perspektivního prostoru se body převádějí přesně. Přitom dodrží kartézské souřadnice a vzdálenost od počátku. Nevypočitatelné iracionality se nevyskytnou. Pak naše perspektivní zážitky posuzují, že jsou odvozené z diskretního prostoru (obr. 4). Ten ať je zásobárnou údajů pro smyslové vjemy tvora. Perspektivní prostor užívá osy cejchované kvadratickým měřítkem. V odvětvém zrakovém prostoru je poměr stran již nikoliv 1:1,618..., vždy nepřesných, nýbrž 2:3 (obr. 5).



Obr. 4. Zlatý řez v diskretním prostoru



Obr. 5. Zlatý řez v Euklidově a v perspektivním prostoru

### 5. Zlatý řez proměnlivě vnímaný

Délky ve vjemech pozorovaného objektu se mění závisle na naší vzdálenosti od něho. Tomu je podrobený i obdélník zlatého řezu (obr. 6).

#### 5.1. Obdélník těsně u očí

Mějme pozorovatele, jenž má veliký obdélník těsně před očima, namalovaný na vysoké zdi. Delší strana měří například 30 metrů.

Vjem v postavení A odpovídá odvození iracionálního výrazu  $(1 + \sqrt{5})/2$  Euklidova prostoru. Kdežto je-li pozorovatel B umístěný ve vrcholu obdélníka, pak

mu perspektiva zkrátí delší stranu výrazněji než tomu v postavení A. To proto, že délku 0-1 vnímáme větší než délku 5-6.

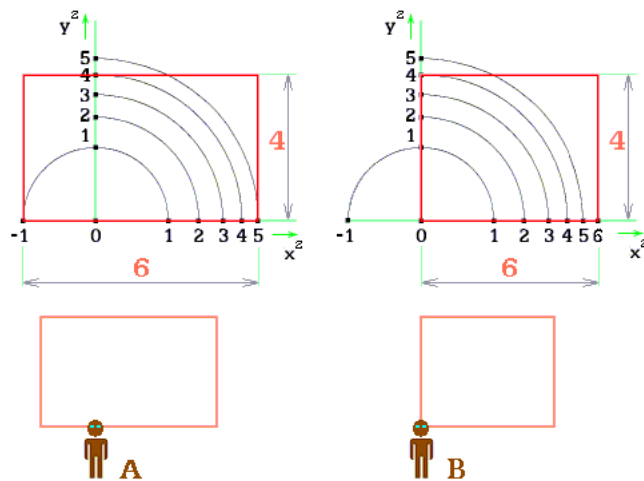
## 5.2. Obdélník pozorovateli vzdálený

Obraz visí na stěně a má strany poměru zlatého řezu, zde  $1,62 \times 1$  metr (obr. 7). Pozorovatel je od jeho středu vzdálený 4 metry. Jak moc se uplatní perspektivní zkreslení na vjem dvou stran obrazu?

V Euklidově prostoru počítám Pythagorovou větou, jaké jsou tři různé vzdálenosti pozorovatele od tří bodů na obraze. Vychází, že pozorovatelovy vzdálenosti od středu obrazu, od vrchu a zprava se liší jen málo: 4 metry, 4,03 m a 4,08 m.

Pozorovatel vnímá zlatý řez, protože všechny čtyři strany obdélníka jsou od něj vzdálené skoro stejně. Nepatrné zkreslení perspektivou nevnímá.

Vjem zlatého řezu souvisí s pozorovatelovou vzdáleností od objektu. Ve větší vzdálenosti není vjem zkreslený.



Obr. 6. Vjem pozorovatele A a B mění perspektiva

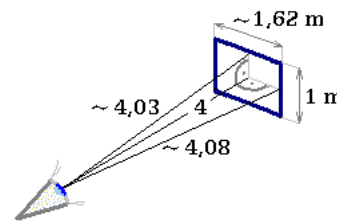
Obr. 7. Pozorovatel je hodně vzdálený od obrazu

## 6. Zobecnění

Vjem obdélníka zlatého řezu je podmíněný místem, odkud objekt pozorujeme. Můžeme jej vidět v poměru stran 2:3, hodnoceno perspektivní geometrií.

Neposoudím, které různé vlivy nás k oblibě zlatého řezu vedou. Zda jsou obsažené v našem vědomí či v konstrukci Vesmíru, což může být totožnou záležitostí. Jedna zajímavost se však nabízí.

Je to jeden z obdélníků, jejichž poměry délek stran jsou určeny nejmenšími přirozenými čísly. Sestavení obdélníka 2:3 spotřebuje  $2+2+3+3 = 10$  jednotkových délek. Nejmenší obdélník by měl strany v poměru délek 1:2, sousední nejúspornější by byl 1:3, další úsporný je potom jak 1:4, tak i obdélník zlatého řezu 2:3. Není to tedy žádný lhostejný poměr například 214:383. Avšak většinou, v současnosti, nedbáme promyšlené konstrukce Vesmíru. Svět se měl vytvořit, i se svým zlatým řezem, zcela bez návrhu, lhostejně? Sám od sebe?



V diskrétním a i v perspektivním prostoru se objevil zajímavý poměr přirozených čísel 2:3. Kdežto v Euklidově prostoru to byl jakoby lhostejný poměr  $1:1,618\dots$ , navíc vyjádřitelný jen přibližně. Vždyť i Euklidův lineární prostor mohl mít zlatý řez např. 3:5. Nestalo se, tudíž zjištěné řešení zaměřuje pozornost na perspektivní prostor, na lidské vnímání.

Rovněž kmitočty tónů libozvukných hudebních akordů jsou dány poměrem právě malých celých čísel.

## 7. Závěr

Jestliže ten samý jev můžeme hodnotit těmito dvěma způsoby, pak který z užitých prostorů lépe vystihuje skutečnost našeho světa? Ačkoliv Euklidův prostor je vhodný pro obvyklá výpočetní využití, naopak diskrétní prostor nepoužívá zaokrouhlení; zdárněji popisuje náš svět. Umožňuje absolutně přesné výpočty.

Naopak [prostor, jenž pro některé geometrické vlastnosti našeho Vesmíru nemá řešení, jeho geometrii nevystihuje](#). Což posuzuji jako axiom: konečné velikosti fyzikálních veličin vyjadřují racionální čísla. Pokud to není splněno, pak vybraný geometrický prostor není obrazem našeho světa.

Výběrem, mezi matematikou Euklidova a perspektivního prostoru, lze posoudit, zda základem fyziky Vesmíru je lidské vnímání nebo lineárně rozložená hmota. Skrývá se za perspektivním viděním Euklidův anebo bodový prostor? Je-li základem světa právě lidské vnímání, pak svět je [promyšleně vytvořenou realitou](#).

**Literatura:** [1] Mario Livio: Zlatý řez. Nakladatelství Dokořán, Praha 2006

