Ludolfovo číslo přepočítá z diskrétního do Euklidova prostoru - 1

Bohumír Tichánek

Práce zdůvodňuje způsob využití Ludolfova čísla při převodu bodu, a to z diskrétního do Euklidova prostoru. Tím se bod přemění z původní informace diskrétního prostoru na odlišnou veličinu. Vznikne fyzikální veličina délky, a to vždy iracionální velikosti v Euklidově prostoru. Velikost vzniklé délky závisí na počtu rozměrů prostoru. Postup se shoduje se zavedenými názory pouze ve dvojrozměrném a trojrozměrném prostoru.

Postup vychází z obdobné definice kružnic diskrétního a Euklidova prostoru.

* * *

OBSAH

* * *

0. Seznam symbolů

d … průměr *n*-rozměrných kružnic, strana čtverce, hrana krychle
n … počet rozměrů geometrického prostoru
O … obvod diskrétního nebo spojitého objektu
S … povrch *n*-rozměrných objektů, 1D rozkmit
V … objem *n*-rozměrných objektů

1. Funkce diskrétního prostoru

Bod diskrétního prostoru tvoří jediná jeho vlastnost - je informací jednoho bitu.

Nachystaná posice je paměťovým místem pro informaci 1 bitu. Posice jsou funkčně provázané do skupin. Velikost skupiny je určena počtem prostorových rozměrů *n*. Např. ve 4D prostoru má jedna posice celkem osm jiných sousedních posic. Jedině do kterékoliv posice, takové skupiny, je informace přesunuta jediným úkonem – krokem.

V diskrétním prostoru se principiálně neodlišuje výpočet povrchu *S* a objemu *V*. Vyskytují se body jediné kvality. Jejich počtem se vyčíslují obvody a obsahy v prostorech o libovolném počtu rozměrů.

2. Délky

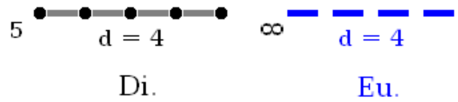
2.1. Délka v diskrétním prostoru

V diskrétním prostoru se délky počítají kroky, které bod vykoná při přesunu z první do poslední posice. Kroků je právě tolik, kolik je výchozích posicí pro krok. Tedy kroků je o jeden méně než všech použitých posicí.

2.2. Délka v Euklidově prostoru

Malé dítě ukazuje výšku, kolik samo měří, spojitě - natažením ruky vysoko od země. Při měření postupujeme jinak, sledujeme počet výskytů užité jednotky.

Jednotka délky - metr byla ve 20. století přehodnocena. Její spojitý základ (zlomek spojitého rozměru Zeměkoule) byl nahrazen diskrétním základem (délkou uražené dráhy, za dobu danou předepsaným počtem kmitů).



Obr. 1. Kroky v diskrétním prostoru, uvažované i v Euklidově prostoru

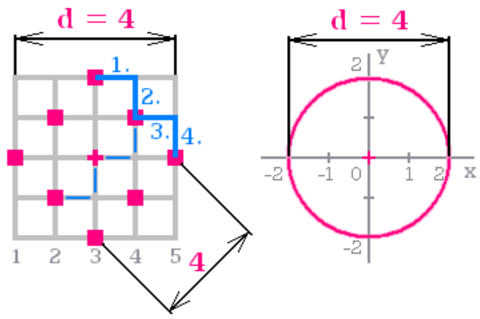
V Euklidově prostoru každá délka čítá nekonečný počet bodů. Proto délkám úseček, převáděným z diskrétního do Euklidova prostoru, nebudu body počítat. Kdežto určitá velikost patří krokům, převedeným do spojitého prostoru.

Jednotky délky, v Euklidově prostoru, lze významově ztotožnit s kroky. Ať už používáme jednotku délky metr nebo nějaký nepatrný Ångstrőm.

V diskrétním prostoru ať čtyři kroky propojují pět bodů (*obr. 1*). V Euklidově prostoru budiž délka rovněž čtyři délkové jednotky, čtyři předepsané kroky.

Délky se ve spojitém prostoru vyjadřují diskrétně.

3. Převod kružnice z diskrétního do Euklidova prostoru



Kružnici tvoří body stejně vzdálené od jejího středu. Tudíž diskrétní kružnice má body rozmístěné do tvaru čtverce, postaveného na vrchol. Dovolené kroky jsou jen svislé nebo vodorovné (*obr. 2*).

Obr. 2. Kružnice diskrétního a Euklidova prostoru

Porovnám výpočetní vzorce obou prostorů pro obsah a obvod kružnice (*tab. 1 vlevo*). Také pro povrch a objem koule (*tab. 1 vpravo*).

□	$O = 4\,d$	$S = d^2$		$S = 6\,d^2$	$V = d^3$
○	$O = \frac{\pi}{4} \cdot 4\,d$	$S = \frac{\pi}{4} \cdot d^2$		$S = \frac{\pi}{6} \cdot 6\,d^2$	$V = \frac{\pi}{6} \cdot d^3$

Tab. 1. Výpočty kružnice a koule se odvozují od čtverce a krychle

Nabízí se, že kružnice, kterou v Euklidově prostoru uvažujeme, je vždy odvozená z kružnice diskrétního prostoru o stejném průměru *d* (*tab. 1 - vlevo*). Její obvod a obsah zvětší součinitel $\pi/4$, vůči diskrétní kružnici.

Kroky spojitého Euklidova prostoru sice geometrie nevyjadřuje, ovšem tvar rovnic zaručuje přenést jejich přesný počet z diskrétního prostoru.

Ve vzorcích je užitý součinitel, který přepočítá diskrétní kroky na jejich euklidovské rozměry. Tento součinitel má různou velikost a to v závislosti na počtu rozměrů prostoru. Např. pro kružnici, přepočtenou ze čtverce, anebo pro kouli, přepočtenou z krychle, jsou součinitele odlišné (*tab. 1*). Je to $\pi/4$ ve 2D, anebo $\pi/6$ ve 3D.

4. Zobecnění výpočtů obvodu a obsahu (nově)

Posloupnost vzorců z 2D a 3D prostoru nabízí vytvořit vzorce pro *n*-objem a *n*-povrch (*tab. 2*), sloupec *n*D.

n - rozměrný prostor	1D	2D	3D	4D	nD
Koeficient	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{2n}$
Velikost tělesa - celková sestava (n-objem) ...V	$\frac{\pi}{2} \cdot d^1$	$\frac{\pi}{4} \cdot d^2$	$\frac{\pi}{6} \cdot d^3$	$\frac{\pi}{8} \cdot d^4$	$\frac{\pi}{2n} \cdot d^n$
- na povrchu (n-povrch) ...S	$\frac{\pi}{2} \cdot 2d^0$	$\frac{\pi}{4} \cdot 4d^1$	$\frac{\pi}{6} \cdot 6d^2$	$\frac{\pi}{8} \cdot 8d^3$	$\pi \cdot d^{n-1}$

Tab. 2. Euklidův prostor. Výpočty obvodů a obsahů n-rozměrných kružnic (nově)

4.1. Shoda pro *n* = 2 a *n* = 3

Vzorce se shodují s těmi, co jsou zavedené v matematice, jen pro $n = 2$ a $n = 3$. V prostoru rovinném a objemovém, kde jsou výpočty ověřitelné měřením.

4.2. Neshoda u prostorů s jiným počtem rozměrů

Matematika neuplatňuje koeficient $\pi/2n$ pro *n*-rozměrný prostor - dle posledního sloupce 2. tabulky. Neshoda je podstatným rozporem.

Ovšem oporu vztahům z 2. tabulky nabízí kružnice 1D prostoru. Ta se ukazuje být více než úsečkou; je harmonickou funkcí - sinus. Tato funkce, patřící do 1D Euklidova geometrického prostoru, v něm vykresluje pouhou úsečku - ovšem tím nepřestává být sinusovou funkcí. (*Viz Důkaz 1D kružnice. Lissajous*).

5. Převod kroku z diskrétního do Euklidova prostoru

Euklidův obsah a obvod *n*-rozměrné kružnice odvozuji z počtu diskrétních kroků (*tab. 2*), s doplněním součinitelem $\pi/2n$.

Jeden rozměr geometrického prostoru poskytne bodu, pro jeho přesun, celkem dva možné směry. Posoudím vliv počtu směrů na velikost zjištěného součinitele, jenž vyplývá z *2.* tabulky.

6. Kružnice prostorů 1D, 2D a 0D

6.1. Prostor 1D

6.1.1. Prostor 1D - diskrétní

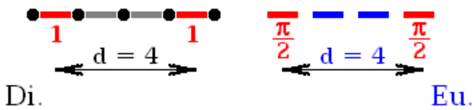
Ať průměr diskrétní 1D kružnice je $d = 4$ kroky; zahrnuje 5 bodů (*obr. 3*). Její obvod *O* určují dva krajní kroky. Jejich informatický popis - každý krok má velikost 1 bit (*tab. 3*).

1D kružnice Di.	
1D obsah [bit]	d
1D obvod [bit]	2

Tab. 3. Vlastnosti diskrétní 1D kružnice

1D kružnice Eu.	
1D obsah [metr]	$\frac{\pi}{2} \cdot d^1$
1D obvod [-]	π

Tab. 4. Vlastnosti euklidovské 1D kružnice (nově) (podle tab. 2)



Obr. 3. Obvod 1D kružnice v diskrétním a v Euklidově prostoru

6.1.2. Prostor 1D - Euklidův

Dosavadní teorie Euklidova prostoru určovala každé 1D kružnici obvod O = 2 a obsah S = d. Jenže platnost takových výsledků přisuzuji diskrétnímu a ne Euklidově prostoru. (*Viz* 5. Obvody 1D kružnic nevytvořily kružnici). Když velikost **jednoho bodu** Euklidova prostoru jde k nule, pak mi nelze souhlasit, že **dva body** obvodu mají velikost 2.

Kroky získají svou geometrickou velikost až přepočtem do Euklidova prostoru. Obvod diskrétní 1D kružnice měl velikost 2 bity = 2 kroky (*tab. 3*) a přepočtem získává spojitou velikost $O = \pi$ (*tab. 4, dle rekurentního postupu z tabulky 2*). Tudíž jednomu kroku, po přepočtu do 1D Euklidova prostoru, patří poloviční přepočtový součinitel velikosti $\pi/2$.

Průměr diskrétní 1D kružnice činí d kroků, současně je to jejím obsahem: $S = d$.

Průměr Euklidovy 1D kružnice je d, ale pak obsah (rozkmit) S je zde odlišný: Protože krok 1D Euklidova prostoru měří $\pi/2$, pak obsah Euklidovy 1D kružnice $S = d{\cdot}\pi/2$.

V práci 3. Důkaz 1D kružnice. Lissajous zjišťuji, že poloměrem 1D kružnice je střední hodnota harmonické veličiny. Dosavadní vlastnost, jíž je 1D obsah kružnice, zaměním rozkmitem. Rozkmit jako dvojnásobek amplitudy harmonické veličiny.

6.2. Prostor 2D

Strana bodového čtverce je d, pak jeho obvod $O = 4{\cdot}d$. Podle (*tab 1. - vlevo*).

Obvod Euklidovy kružnice: $O = \pi{\cdot}d = 4{\cdot}d{\cdot}\pi/4$. Všech diskrétních kroků obvodu je $4{\cdot}d$, takže výpočet sdělí, že jeden krok má v 2D Euklidově prostoru velikost $\pi/4$.

Obsah Euklidovy kružnice. Součinitel $\pi/4$ lze použít také pro každý krok, jejichž suma dává obsah kružnice. Pro čtverec platí $S = d^2$, takže pro kružnici platí známý vztah $S = d^2{\cdot}\pi/4$.

Každý krok, převedený z diskrétního do Euklidova 2D prostoru, měří $\pi/4$. Využitý libovolně pro výpočet obvodu nebo obsahu.

6.3. Prostor 0D

Diskrétní nulrozměrný prostor má jedinou posici pro bod (*tab. 5 vznikla doplněním tab. 4 o sloupec 0D*). Dle 2. kapitoly je kroků právě tolik, kolik je výchozích posicí pro krok. V 0D prostoru existuje jedna výchozí posice, i když nikam nevede. Proto přenosem diskrétního kroku, do 0D Euklidova prostoru, vzniká krok o velikosti $\pi/0$.

Spojitý objem vychází nekonečný, protože krok sám zaplňuje celý Euklidův 0D prostor (*tab. 5*). Objevuje-li se nějaká nekonečná velikost ve fyzikálních výpočtech 0D prostoru, pak se zde nabízí její zdůvodnění.

n - rozměrný prostor	0D	1D	2D	3D	4D	nD
Koeficient	$\frac{\pi}{0}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{2n}$
Velikost tělesa - celková sestava (n-objem)	$\frac{\pi}{0} \cdot d^0$	$\frac{\pi}{2} \cdot d^1$	$\frac{\pi}{4} \cdot d^2$	$\frac{\pi}{6} \cdot d^3$	$\frac{\pi}{8} \cdot d^4$	$\frac{\pi}{2n} \cdot d^n$
- na povrchu (n-povrch)	——	$\frac{\pi}{2} \cdot 2d^0$	$\frac{\pi}{4} \cdot 4d^1$	$\frac{\pi}{6} \cdot 6d^2$	$\frac{\pi}{8} \cdot 8d^3$	$\pi \cdot d^{n-1}$

Tab. 5. V Euklidově nulrozměrném prostoru vzniká nekonečný objem bodu

7. Zjištění o součiniteli

$$\boxed{\pi/2n}$$

Krok, přenášený do Euklidova prostoru, má vždy velikost π. Rozdělí se do všech směrů, které příslušný n-rozměrný Euklidův prostor má. Tím vznikne koeficient $\pi/2n$.

0D - Euklidův nulrozměrný prostor směry nemá, $n = 0$. Koeficient je $\pi/0$.

1D - Krok, v 1D Euklidově prostoru, měří v každém ze dvou směrů $\pi/2$.

2D - Krok, v 2D Euklidově prostoru, měří v každém ze čtyř směrů $\pi/4$.

Zmenšování součinitele se zpomaluje s růstem počtu rozměrů.

8. Podstata výpočtů obvodů a obsahů - 1D, 2D a 5D

V Euklidově prostoru je n-rozměrný povrch a objem ovlivněn počtem užitých kroků a koeficientem $\pi/2n$. Počet kroků je určen diskrétním prostorem.

Např. v 1D prostoru, s koeficientem $\pi/2$, má 1D kružnice dva krajní kroky. Proto je velikost 1D obvodu $O = 2 \cdot \pi/2$. Podobně obsah 1D kružnice je, pro každý z jejích d kroků, vždy $\pi/2$, proto $S = d \cdot \pi/2$.

Např. v 2D prostoru, s koeficientem $\pi/4$, vyberu kružnici, jejíž průměr d je roven straně čtverce d. Proto je velikost obvodu kružnice $O = (\pi/4) \cdot 4d = \pi d$. Podobně obsah kružnice je pro každý z jejích $d \cdot d$ kroků vždy $\pi/4$, proto celkový $S = (\pi/4) \cdot d^2$.

Obdobně pro krychli a kouli a pro vyšší rozměry.

Například v 5D prostoru se velikost kroku dělí do 10 směrů diskrétního prostoru. Pak objem 5D koule je $V = d^5 \cdot \pi/10$.

Povrchem krychle je 6 stěn, povrchem 4D krychle je 8 objemů. Pak povrchem 5D krychle je 10 segmentů: je ohraničena deseti 4D krychlemi. Povrch 5D krychle $S = 10 \cdot d^4$. Pak povrch 5D koule $S = 10 \cdot d^4 \cdot \pi/10 = \pi \cdot d^4$.

9. Shrnutí

9.1. Výpočty kružnic n-rozměrných Euklidových prostorů jsou odvozeny ze čtverců obdobných diskrétních prostorů.

9.2. Body diskrétního prostoru jsou jediné kvality - nerozlišují počet rozměrů prostoru.

9.3. Kroky diskrétního prostoru jsou oborem informatiky; uskutečněný krok má velikost 1 bit.

9.4. Útvary diskrétního prostoru lze přepočtem převádět do Euklidova prostoru. Tím krok získá svou geometrickou délku. Objekty Euklidova prostoru sice uvažujeme jako spojité, avšak lze dohledat jejich diskrétní velikost - počet kroků.

9.5. Při přepočtu obvodové a obsahové vlastnosti ze čtverce na kružnici se užije součinitel, ve kterém je obsaženo Ludolfovo číslo. Číslo π se dělí počtem všech směrů, které se bodu v diskrétním prostoru nabízejí pro přesun z určité posice. Tedy pro n-rozměrný prostor se π dělí číslem $2n$, a tím vznikne součinitel.

9.6. Matematika však nedbá všech výpočetních vztahů, jež má *5.* tabulka.

www.tichanek.cz 2017