Euklidova věta - 9

Trojúhelník v perspektivním prostoru

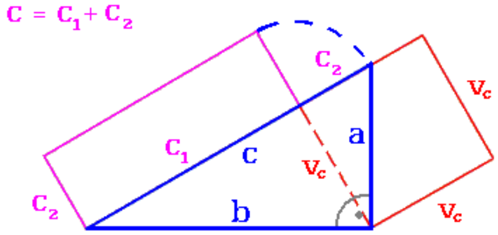
Bohumír Tichánek

Jsme navyklí představě, že geometrie světa je lineární, že zrakový vjem je klam. Student při práci nad sešitem nesleduje, že konstrukce v geometrii vnímá přeměněné perspektivou.

Posoudím problematiku v Euklidově větě: **Čtverec, sestrojený nad výškou pravoúhlého trojúhelníka, má stejný obsah jako obdélník, sestrojený z obou úseků přepony** (*obr. 1*).

Opět, jako v Pythagorově větě, se při výpočtech objevují iracionality: $\boldsymbol{v}_C^2 = \boldsymbol{c}_1 * \boldsymbol{c}_2$.

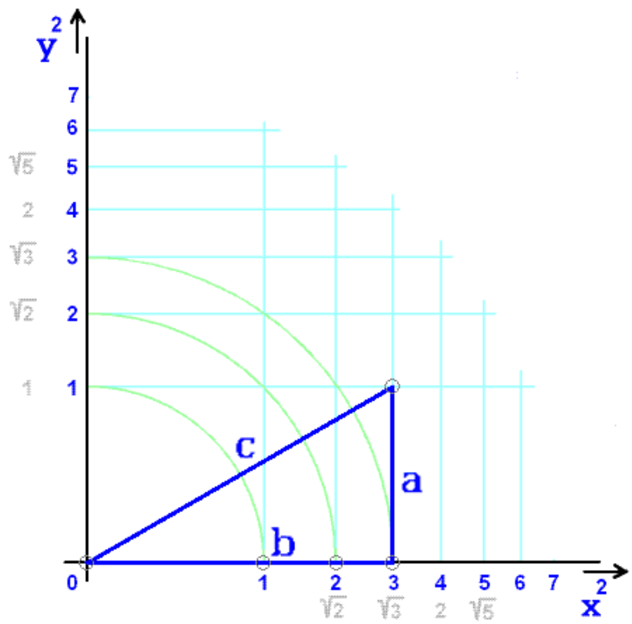
Například přepona $\boldsymbol{c} = 7$ bude mít úseky $\boldsymbol{c}_1 = 5$ a $\boldsymbol{c}_2 = 2$. Výšku $\boldsymbol{v}_C$ není možné vypočítat, odmocninu z 10 nutno přijmout nepřesně, zaokrouhlením. Neustálým zpřesňováním výpočtu $\boldsymbol{v}_C = \sqrt{10}$ se v desetinném zápisu hodnota stále mění, její délka prodlužuje, přibývají další desetinná místa.



Obr. 1.

Iracionální číslo lze vyjádřit také jinak - výpočetním rozvojem. Jenže ten rovněž nikdy nekončí. Takže přesný výsledek nevznikne.

Jak tomu bude s Euklidovou větou v perspektivním prostoru?

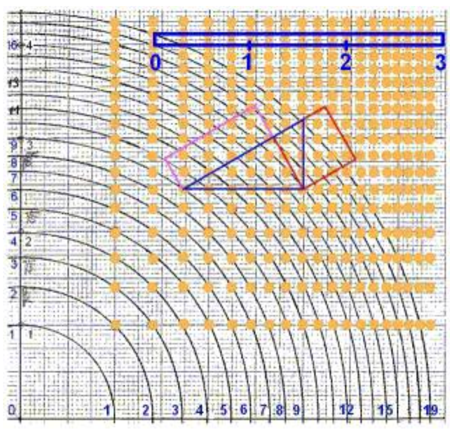


Obr. 2.

Lze snad vřadit spojitý trojúhelník do obrázku č. *2* - s kvadratickými osami? To přesně nelze, body tvořící obrazec musí mít celočíselné souřadnice. Body jsou totiž převedené z diskrétního prostoru. Umístění trojúhelníka do obrázku ho zobrazí pouze pěti body: [0,0], [1,0], [2,0], [3,0], [3,1].

Další obrázek věnuje trojúhelníku víc posic, umístím ho dál od počátku (*obr. 3*).

Počet posic, které by měly tvořit světový prostor, je velký - ve srovnání s jinými kvantitami v našem okolí. Planckova délka, asi 10^{-35} metru, by určila délku jednoho metru množstvím posic v počtu 10^{35}.



Obr. 3.

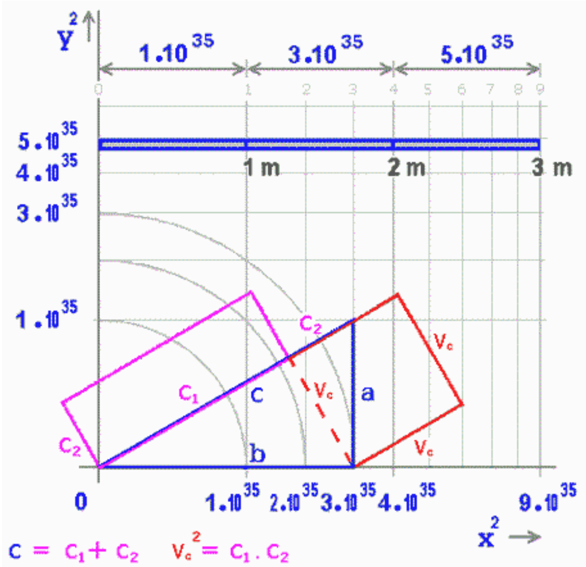
Z více důvodů bodovou strukturu prostoru snadno nepostřehneme. Velký spojitý trojúhelník, o stranách *abc* (*obr. 4*), má přeponu $b = 3 \cdot 10^{35}$ kroků. Ve skutečném prostoru není problém s jeho bodovou strukturou; ten mám pouze zde, v těchto malokapacitních obrázcích.

Na *4.* obrázku je pravoúhlý trojúhelník, který běžně v Euklidově prostoru posoudíme, že má svislou odvěsnu délky *a* = 1 metr. Druhá odvěsna *b* = √3 metrů, přepona *c* = √4 metrů.

Avšak v kvadraticky stlačeném prostoru určím trojúhelníku strany *a* = 1 m, *b* = 3 m a *c* = 4 metry. Toto nové rozměřování, s odlišnou geometrii, ovšem nepoužíváme. Přitom posuzuje Vesmír, ve kterém žijeme, a nepřímo upřesňuje smysl pobytu člověka ve Vesmíru. Ale neposoudím, zda exaktní obory vědy někdy použijí tyto rozměry v perspektivním prostoru pro konkrétní řešení problémů. Diskrétní prostor má výhodu absolutní přesnosti.

Aplikaci perspektivního prostoru jsem popsal ve IV. práci, ve spekulaci o zvětšování nejvzdálenějších objektů na obloze.

Je zvykem představovat si Euklidův - lineární prostor. Ve skutečnosti zakreslujeme tělesa do zrakového a sluchového perspektivního prostoru, (a v něm žijeme). Například je v obrázku dlouhé pravítko. Dokud ho v našem světě vyrábíme, skladujeme, používáme k měření, nevzniká žádný problém. Stále ho vidíme podrobené perspektivě a pokud toto pravítko měří nějaký objekt, zkrátí se nám ve vnímání stejně tak, jako měřený objekt. Ostatně, když pozorujeme příběh ve filmu, je nám svět rovněž představován s perspektivními změnami délek objektů, a důvěřujeme tomu.



Obr. 4.

Rozpor

Ale jakmile chceme vypočítat délku úhlopříčky obdélníku z *3.* obrázku, ukáže se, že v Euklidově prostoru to není možné. Výsledek výpočtu vznikne v nelineárním prostoru, (a v něm tedy žijeme). Nevědomě vnášíme do vyjádření délek tří „stejných" úseků 0 - 1, 1 - 2, 2 - 3 [metr] (*obr. 4 nahoře*), vždy rozdílný počet posic ($1 \cdot 10^{35}$, $3 \cdot 10^{35}$, $5 \cdot 10^{35}$). Skrytých posic. Tvoříme iracionality, jež rozporují tradiční způsob hodnocení světového prostoru.

Dva názory na zrakové zážitky

a) Zavedený názor předpokládá, že zážitky jsou podložené spojitým lineárním prostorem. Metr délky objektu má mít vždy stejné délkové množství, ať je nám blízko, nebo je daleko. Přístup vychází z neurčitelného množství bodů, z nichž jeden každý je „nekonečně malý". V posuzování činí jeho nekonečně malá velikost problémy. Snadno použitelná je v našich představách.

b) Názor, zdůrazňující perspektivu, má metr délky objektu také tvořený vždy stejným počtem bodů. Má stejné délkové množství, ať je nám blízko, nebo je od nás daleko. Ale my vnímáme stlačované předměty zcela objektivně v různých délkách; jsou přepočteny z diskrétního prostoru, proto sestávají z konstantního množství bodů.

Euklidův prostor zdánlivě situaci zjednodušuje, délky má lineární. Sleduji je v nelineárním prostoru, jak ukazuje *3.* a *4.* obrázek s dlouhým pravítkem. Domnělý prostor tvoří iracionality, takže přesnost výpočtu si člověk může přizpůsobit, jak potřebuje. Přizpůsobování podle subjektivních potřeb nebývá správným přístupem.

Závěr - spojitost či nespojitost

Názor na spojitost prostoru v perspektivním zobrazení je diskutabilní.

a) Přepočtem z diskrétního prostoru vznikají v perspektivním prostoru segmenty. V perspektivním prostoru je každá posice diskrétního prostoru k dohledání. Tím se perspektivní prostor přibližuje diskrétnímu prostoru.

b) Ale současně se segmenty liší velikostí, tak jak se vzdalují od počátku souřadnic.