Otočení krychle ve 4D prostoru

Bohumír Tichánek

Hledíme na pravidelný objekt. Tím může být čtverec, anebo je to přední stěna celé krychle. Útvar se začne otáčet a teprve tehdy by pozorovatel mohl rozeznat, která ze dvou možností to je. V této práci graficky řeším podobnou otázku ve 4D, zda tvor sleduje krychlí nebo 4D krychli. V diskrétním prostoru zobrazuji otáčení krychle.

* * *

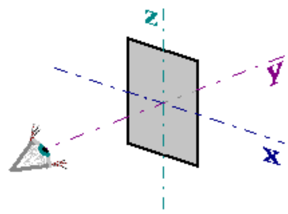
OBSAH

1. Problematika

Čtyřrozměrný člověk - Čtverák, žijící ve 4D prostoru, hledívá na čtverec, krychli nebo 4D krychli. Objekty mohou být drátěné - vytvořené jen hranami, anebo jsou plné. Ovšem při pohledu na plnou krychli si Čtverák není jistý, zda nevidí 4D krychli, která je k němu natočená právě touto 3D krychlí. Vždyť povrchem 4D krychle, tedy jejími okraji, je osm 3D krychlí. Směrů je tam čtvero; kdyby se Čtverák nacházel vevnitř 4D krychle, pak by v každém ze čtyř rozměrů, v obou jejich směrech viděl krychli, a ...

Obdobně v našem prostředí. Trojrozměrný člověk - Trojský hledí na čtverec ve směru osy **y** (*obr. 1*). Je to pouhý čtverec, anebo se za ním skrývá krychle? Čtverec se začne točit kolem osy **x**, která jím prochází. Tím se Trojskému zmenšuje - snižuje, až nakonec uvidí jen úsečku - stranu čtverce.

Zhodnocení - při některém nastavení 3D krychle pozorovatel pohledem nepozná, že objektem je víc než jen čtverec. Podobně Čtverák nepozná, zda vidí vhodně natočenou čtyřkrychli, nebo zda se jedná o pouhou krychli. Zda se za krychlí skrývá čtyřkrychle.



Obr. 1. Čtverec ve 3D prostoru

2. Hmotná existence

Člověk má pět druhů vjemů, jimiž vysvětluje vlastnosti Vesmíru. K hlubšímu poznání svého okolí však nestačí zjišťovat názory, např. na sílu, podle výsledku - kdo koho přepere. Ani srovnávání sil, objektivním měřením, ještě nepopíše Vesmír hlouběji - váhy decimálky, ani krejčovský či platinový metr nepomůžou k cestě do Vesmíru.

Prohloubení poznatků o Vesmíru a lepšího využití smyslových vjemů dosahujeme jejich matematizací. Věda tím zhodnocuje získané poznatky. Nalezla výpočetní rovnice, jimiž popisuje změny našich vjemů - zářivosti, teploty, zrychlení, atd. Výpočty pak umožní doložitelná srovnání i předpovídání fyzikálních veličin. Pro čich a chuť to lze obtížně, pro sluch lépe, ale nejšíře jsou matematizovány zážitky hmatu a zraku.

Hmat nás informuje o veličině síly a o hmotnosti, o teplotě a dalších. Zrakové vnímání zase pomáhá vytvořit geometrii - k té se však vyslovuje i hmat. A právě v geometrii vládne **podceněný rozpor mezi hmatovými a zrakovými vjemy.** Zrak ukazuje okolí stlačené perspektivou, kdežto obdobná perspektiva hmatová se nevyskytne. Jdeme-li kroky jediné délky, pak se tím posunujeme vždy o stejný úsek.

Která z těchto dvou informací je výstižnější, bližší hledané skutečnosti? Perspektivní nebo lineární? Přece **nežijeme ve dvou rozdílných geometriích naráz.** Lidstvo vychází zásadně z názoru daného hmatem - například přesunováním dolních končetin. Okolní svět chápeme jako lineární, rovnoměrný.

Jenže zde je zádrhel. Naše hmatové vjemy - například stejná délka každého lidského kroku při chůzi - mají víc zdůvodnění.

Dbáme názoru, že svět je lineární. Uvěříme v Euklidův prostor a v jiné, jemu podobné, rovněž obsahující výpočetní iracionality. Co když nevypočítatelné postupy - kvadratické rovnice, jež nedávají výsledek - určují, že hmota nemůže být rozložena v Euklidově prostoru?

Lze však obhajovat i svět, daný pouze vnímanými zážitky. Chodec zůstává středem svého vnímání. Následně je proto každý další jeho krok opět první, stejně dlouhý, a tyto opakované kroky konstantní délky ho mýlí. Předpokládá svět lineární. Zanedbává, že prostor, s kvadraticky rozloženými souřadnicemi na osách, také poskytuje lineární rozměřování povrchu Země při chůzi. Navíc, **perspektivní svět iracionality neobsahuje.** Kvadratické rovnice se změní v lineární.

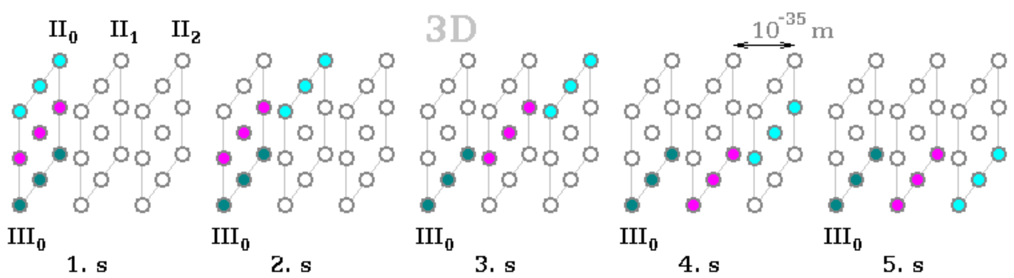
Nedoceňujeme prostor s kvadratickým cejchováním pravoúhlých os. Takový svět je snadno matematizovatelný, i bez lidského zásahu do matematiky ze 17. století.

Matematické ověření Euklidova lineárního prostoru je diskutabilní. Úsudkem odhadujeme, že platí Pythagorova věta, avšak její aplikace někdy nedává výsledek. Jsme tolik přesvědčeni o existenci hmoty za našimi smyslovými vjemy, že matematiku přizpůsobíme a vyhlásíme iracionální čísla. Jejich velikost neznáme, dokonce víme, že neexistuje, a přece tuto skutečnost nedoceňujme.

3. Otáčení čtverce v bodovém 3D prostoru

Podle způsobu, jakým se otáčí čtverec ve 3D prostoru, později nakreslím otáčení krychle ve 4D prostoru. Čtverec z 9 bodů, umístěný svisle, se postupně sklápí do vodorovné polohy (*obr. 2*). Přitom se stále nachází v tomtéž objemu III_0.

Nakonec se čtverec proměnil, v pohledu pana Trojského, v úsečku (*obr. 1*).



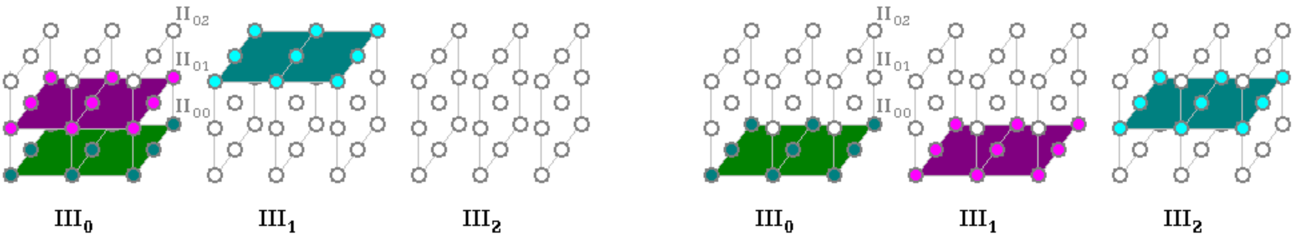
Obr. 2. Jediný objem III_0, předložený v pěti stavech. Svislý čtverec se postupně otočí o 90°.

Diskrétnímu prostoru uvažuji jeho transformaci do perspektivního prostoru. V něm pak dvě sousední posice oddělí Planckova minimální vzdálenost $1{,}62 \cdot 10^{-35}$ metru. V obrázku má čtverec stranu pouhých tří bodů. Ale pokud by strana čtverce měřila 1 metr, pak by ji tvořilo okolo 10^{35} bodů. Jeho otočení o 90° by mělo obrovský počet změn - nebránilo by vjemu plynulého pohybu - po přepočtení do perspektivy.

4. Otáčení krychle v bodovém 4D prostoru

V pohledu Trojského, ve 3D prostoru, otáčením vznikla ze čtverce úsečka. Jakou změnu můžeme čekat při otáčení krychle ve 4D prostoru, jenž sestává ze sousedních objemů?

Náš život ať se odehrává stále v jediném objemu III_0 (*obr. 3.*); otáčení krychle nám zde dovoluje vidět jen část jejího povrchu, protože máme 2D zrak. Čtverákův 3D zrak (www.tichanek.cz/gp9/diskretni-zrak-ve-4D-prostoru.html) budiž ve 4D světě sestrojen tak, že vnímá všechny body 3D objemu, do hloubky.



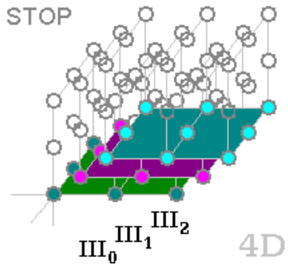
2. krok *(verze PDF - bez pohybu)* *4. krok*

Obr. 3. Otáčení krychle ve 4D prostoru, složeném z objemů III$_0$, III$_1$ *a* III$_2$

Čtverák ať se nachází vlevo od objemu III$_0$. Nejprve vnímal celý vnitřní objem krychle v III$_0$, tři čtverce. Po skončeném přesunu dvou čtverců II$_{01}$ a II$_{02}$, do podstav objemů III$_1$ a III$_2$, už všechny její body nevnímá - nevidí. Čtverák je nadále nalevo od III$_0$ a vidí všechny body čtverce II$_{00}$, umístěného na dně III$_0$. Zbývající čtverce II$_{01}$ a II$_{02}$ jsou mu skryté zmíněným čtvercem II$_{00}$. Krychle se otáčením Čtverákovi proměnila, v pátém kroku, ve čtverec.

Další obrázek 4D prostoru respektuje průnik tří objemů (*obr. 4*). Vznik 4D prostoru kreslím ze sousedních objemů, posunutých vždy o 1 posici. Skrytí dvou čtverců, tím prvním, tento obrázek ukáže méně názorně; avšak i zde tři barevné čtverce patří do jediné roviny.

Čtverákovi se otáčená krychle přesunuje svými 2D vrstvami do sousedních objemů III$_1$ a III$_2$. On však prohlédá jen první nejbližší objem z mnoha objemů v řadě, tak jako my prohlédáme jen první plochu, v řadě všech ostatních. Například vidíme jen nárysnou plochu domu hned před námi.



Čtverák vnímá - vidí celý první čtverec na dně III$_0$. To nás může překvapit, vždyť my bychom v této situaci vnímali ze čtverce jen jeho stranu - úsečku. Čtverák však má objemové vidění, zírá všechny body objemu, i když jsou vytvořené z neprůhledné hmoty. Snad by nám mohl sdělit, co je na čtverci napsané, kdežto my bychom povrch čtverce nezahlédli.

Obr. 4. Tři čtverce, tvořící krychli otočenou o 90° ve 4. směru, leží vespod objemů III$_0$, III$_1$ *a* III$_2$

5. Sestrojená vědomí

Prostor 4D je tvořený sousedními bodovými krychlemi, které se prostupují. Jsou posunuté vždy o 1 posici a to ve 4. směru, jenž je pravoúhlý ke třem vzájemně pravoúhlým směrům, které sledujeme. Čtvrtá kolmice, promítnutá na plochu, pochopitelně pravý úhel nedodržuje; něco takového známe i z promítání 3D krychle na plochu.

Naše vnímání bylo vytvořeno tak, že snadno posuzuje 2D prostor, kde vládnou dva pravoúhlé směry. Ale nepředstavíme si prostor o dva rozměry bohatší. Vytvořit vnímání? Uměle promyšlenou konstrukci Vesmíru nelze zavrhnout a vědě – fyzice přísluší rozumové posouzení,

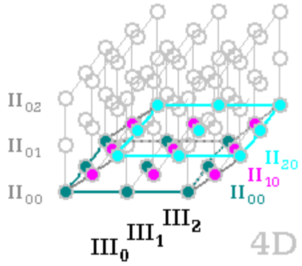
- zda může iracionální číslo popisovat vzdálenost dvou bodů našeho hmotného světa!
- nebo zda je iracionalita součástí právě Euklidova prostoru, který z toho důvodu nemůže vyjadřovat rozložení hmoty ve Vesmíru. Pak jsou skutečností perspektivní zrakové zážitky.

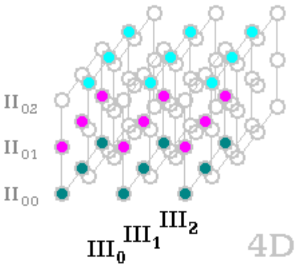
6. Spojitý model

Obrázek nakonec vyznačí spojité hrany krychle (*obr. 5*). Tvar krychle je zde typicky zkreslený, jaký se nám, promítáním z našeho 3D do 2D prostoru, nevyskytuje. Takové tvarové zkreslení naopak známe ze spojitých obrázků 4D krychle.

Čtyři osy **x, y, z, w,** vzájemně kolmé, jsou promítnuté do 2D prostoru (*obr. 6*). Krychle ukazovala nám obvyklý tvar, dokud ji určoval prostor os **x, y, z.**

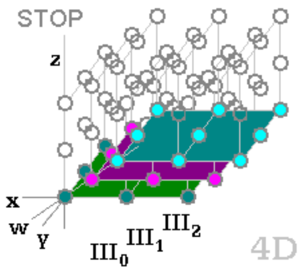
Obr. 5. Drátěná krychle má 12 hran





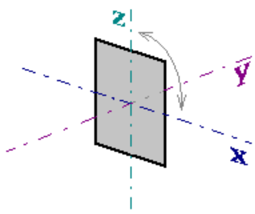
2. krok *(verze PDF - bez pohybu)* *5. krok*

Obr. 6. Otáčení krychle 5×



7. Otáčení ve 3D a ve 4D

7.1 Otáčení čtvercem ve 3D nemění jeho průmět



Čtvercem je možné otáčet kolem osy **y**, přičemž neopouští rovinu, již určují osy **x, z** (*obr. 8.7.*). Tehdy Trojský, umístěný v ose **y**, vidí otáčení čtverce, aniž by se mu měnil průmět jeho velikosti. Kdežto otáčení podle osy **x** nebo **z** mu neustále mění promítané velikosti čtverce.

- Při otáčení čtverce pozorovatel vidí buďto plný počet bodů jeho obsahu, anebo se jejich skrytím vzhled změní až i k úsečce.

Obr. 8.7. Otáčení čtverce kolem osy y

7.2. Otáčení krychlí ve 4D nemění její průmět

- Při otáčení krychle pozorovatel vidí buďto plný počet bodů jejího obsahu, anebo se jejich skrytím vzhled změní až i ke čtverci.

Poznámka:

Zde objekty nepřevádím z diskrétního prostoru do perspektivy. Proto čtverce a krychle snadno zobrazuji nakresleným postupem a nikoliv jako postavené na vrchol či roh.

Z takto uvažovaného čtverce či krychle by v perspektivním prostoru nevznikla kružnice či koule.

www.tichanek.cz 9. 2018